**ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ ЦИКЛОВ ПОСЛЕ АФФИННОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ**

(дополнение к разделу 1.4)

**Утверждение 1.** *Пусть аффинное преобразование гнезда тесно вложенных циклов задают векторные таймирующие функции ,* 1≤β≤*K* (*K – число выполняемых операторов тела циклов*)*. Если для любой зависимости S*α(*I*)*S*β(*J*) *выполняется либо >, либо =, то n–*1 *внутренних циклов преобразованного гнезда циклов являются параллельными.*

**Утверждение 2.** *Пусть  – таймирующие функции, т.е. для любой зависимости S*α(*I*)*S*β(*J*) *выполняется , ,…,. Если функции  независимы* (*для фиксированных* β)*, то функции   являются векторными таймирующими и задают преобразование гнезда тесно вложенных циклов, приводящее к n–*1 *параллельным* *внутренним циклам.*

**Следствие.** *Если* *для любой зависимости S*α(*I*(*i*1,*…,in*))*S*β(*J*(*j*1,*…,jn*)) *выполняется j*1≥*i*1, … , *jn*≥*in*, *то векторная функция* (*j*1+*…+jn, j*2*,…,jn*) *является таймирующей* (*для операций всех K операторов*) *и задает преобразование гнезда тесно вложенных циклов, приводящее к n–*1 *параллельным* *внутренним циклам.*

**Утверждение 3.** *Пусть преобразование гнезда тесно вложенных циклов задают векторные таймирующие функции . Если для любой зависимости S*α(*I*)*S*β(*J*) *выполняется *, *то самый внешний цикл преобразованного гнезда циклов является параллельным.*

Способы показать, что векторные функции ** являются таймирующими:

1. Воспользоваться определением векторной таймирующих функций. Для этого надо: 1) доказать независимость функций ** и  (невырожденность матрицы *T*, фигурирующий в определении); 2) показать, что для любой зависимости *S*α(*I*)*S*β(*J*) имеет место **, т.е. выполняется либо >, либо *=*, ≥.

2. Воспользоваться (раздел 2.2) теорией получения таймирующих функций: рассмотреть подходящие строки матрицы (*P*|*B*).

Способы обосновать параллельность внутреннего цикла после применения к алгоритму аффинного преобразования, задаваемого векторными таймирующими функциями **:

1. Воспользоваться утверждением 1: показать, что для любой зависимости *S*α(*I*)*S*β(*J*) выполняется либо >, либо *=*, *=*. Если предварительно показывалось, что векторные функции ** являются таймирующими, то во многом можно сослаться на уже показанное.

2. Воспользоваться утверждением 2: указать таймирующие функции ** и  такие, что *=+*, *=*.

3. Воспользоваться теорией получения таймирующих функций: получить подходящие строки матрицы (*P*|*B*), т.е. получить таймирующие функции, указанные в первом или втором способе.

Способы обосновать параллельность внешнего цикла после применения к алгоритму аффинного преобразования, задаваемого векторными таймирующими функциями **:

1. Воспользоваться утверждением 3: показать, что для любой зависимости *S*α(*I*)*S*β(*J*) выполняется =. Если предварительно показывалось, что векторные функции ** являются таймирующими, то во многом можно сослаться на показанное.

2. Воспользоваться теорией получения таймирующих функций: получить подходящую строку матрицы (*P*|*B*), т.е. получить таймирующую функцию, указанную в первом способе.